

סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בקורס סטטיסטיקה ב'.
הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה,
המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את
התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא.

**הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם
רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי
שנעשה בשיעור פרטי, לדוגמה [לחצו כאן](#).**

את הקורס בנה מר ברק קנדל, מרצה מבוקש במוסדות אקדמיים
שונים ובעל ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים
להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם
לחויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר
www.gool.co.il



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול זה בול. בשבילך!

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.Gool.co.il

כתב ופתר - ברק קנדל ©

תוכן

3.....	פרק 1 - רווחי סמך
3.....	א. אמידה גקודתית (אומדים חסרי הטיה)
3.....	ב. רווח סמך לתוחלת
5.....	ג. רווח סמך לפרופורציה
6.....	ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן
6.....	ה. רווח סמך להפרשים
8.....	תשובות סופיות - רווחי סמך
10.....	פרק 2 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים
10.....	א. בדיקת השערות על תוחלת
11.....	ב. בדיקת השערות על פרופורציה
11.....	ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות
12.....	ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים
14.....	ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים
15.....	ו. בדיקת השערות על שתי שונות
16.....	ז. הגישה המעשית - מובהקות התוצאה - P-VALUE - α_{min}
17.....	ח. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות
18.....	תשובות סופיות - בדיקת השערות
21.....	פרק 3 - מבחנים אפרמטריים
21.....	א. מבחן טיב התאמה
22.....	ב. מבחן הסימן
23.....	ג. מבחן פישר
24.....	תשובות סופיות - מבחנים אפרמטריים
25.....	פרק 4 - מדדי קשר - מדד הקשר של ספירמן
29.....	פרק 5 - מדדי קשר - מדד הקשר הלינארי (פירסון)
37.....	פרק 6 - מדדי קשר - רגרסיה לינארית
40.....	פרק 7 - מדדי קשר - רגרסיה - שונות מוסברת ושונות לא מוסברת
43.....	פרק 8 - מדדי קשר - מדד הקשר של קרמר
46.....	פרק 9 - מדדי קשר - מדד הקשר פי

פרק 1 - רווחי סמך

א. אמידה נקודתית (אומדים חסרי הטיה)

1. נדגמו עשרה מתגייסים לצה"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו:
- 168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177 ו-175.
- א. מצא אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי צה"ל.
- ב. מצא אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי צה"ל.
- ג. מצא אומדן חסר הטיה לפרופורציות המתגייסים בגובה של לפחות 180 ס"מ.

2. נדגמו 20 שכירים באקראי. עבור כל שכיר נמדד השכר באלפי שקלים. להלן

$$\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 162$$

- א. אמדו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
- ב. אמדו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.

ב. רווח סמך לתוחלת

ב.1. שונות האוכלוסיה ידועה

1. מעוניינים לאמוד את ממוצע אורך החיים של מכשיר. מנתוני היצרן ידוע שאורך החיים מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן של 20 שעות. נדגמו 25 מכשירים ונמצא כי ממוצע אורך החיים שלהם היה 230 שעות.
- א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 90% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
- ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאורך החיים הממוצע של מכשיר.
- ג. הסבר כיצד ומדוע השתנה רווח הסמך.
- ד. מהי טעות התקן של האומד?
2. בנו רווח סמך לממוצע הציונים של מבחן אינטליגנציה. ידוע שסטיית התקן היא 15 והמדגם מתבסס על 100 תצפיות. רווח הסמך שהתקבל הוא (99,105). שחזרו את:
- א. ממוצע המדגם.
- ב. שגיאת האמידה המקסימאלית.
- ג. רמת הסמך.

3. מעוניינים לאמוד את המשקל הממוצע של רכיב מסוים. ידוע שהמשקל מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן 12.
- א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת אם מעוניינים ששגיאת האמידה המקסימאלית תהיה 2 גרם ברמת סמך של 95%.
- ב. ביצעו מדגם שאת גודלו מצאתם בסעיף א והתקבל ממוצע של 23 גרם. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% למשקל הממוצע של הרכיב.
4. זמן החלמה מאנגינה מתפלג עם סטיית תקן של יומיים. חברת תרופות מעוניינת לחקור אנטיביוטיקה חדשה שהיא פיתחה. במחקר השתתפו 60 אנשים שחלו באנגינה וקיבלו את האנטיביוטיקה החדשה. בממוצע הם החלימו לאחר 4 ימים.
- א. בנו רווח סמך לתוחלת זמן ההחלמה תחת האנטיביוטיקה החדשה ברמת סמך של 90%.
- ב. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היה תקציב להגדלת גודל המדגם פי 4? הסבירו.
- ג. מה היה קורה לאורך רווח הסמך אם היינו בונים את רווח הסמך ברמת סמך גדולה יותר? הסבירו.
5. משתנה מקרי מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן ידועה 12. מה צריך להיות גודל המדגם כדי לבנות רווח סמך ברמת סמך של 98% שאורכו לא יעלה על 2?

2.ב. שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. זמן התגובה מתפלג נורמאלית. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 3, 5, 4, 2, 5, 7, 4. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לממוצע זמן התגובה באוכלוסיה.
2. ציוני מבחן אינטליגנציה מתפלגים נורמאלית. נדגמו 25 מבחנים והתקבל ממוצע ציונים 102 ו סטיית תקן מדגמית 13.
- א. בנו רווח סמך לממוצע הציונים באוכלוסיה ברמת ביטחון של 95%.
- ב. חזרו על סעיף א' אם סטיית התקן הנתונה היא סטיית התקן האמיתית של כלל הנבחנים.
- ג. הסבירו את ההבדלים בין שני הסעיפים הנ"ל.
3. נשקלו 60 תינוקות אשר נולדו בשבוע ה-40 של ההיריון. המשקל נמדד בקילוגרמים. להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 195$, $\sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 643.19$. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לתוחלת משקל תינוק ביום היוולדו.

ג. רווח סמך לפרופורציה

1. במטרה לאמוד את אחוז המובטלים במשק נדגמו 200 אזרחים. מתוכם התקבל ש 24 היו מובטלים.
 - א. בנו רווח סמך לאחוז המובטלים באוכלוסיה ברמת סמך של 95%.
 - ב. מהו האומדן לטעות התקן?
 - ג. מה יקרה לאורך רווח הסמך אם הוא יבנה ברמת סמך של 99%?

2. נבנה רווח סמך לאחוז בעלי רישיון נהיגה באוכלוסיה (69%,79%) הוא התבסס על מדגם שכלל 400 נשאלים.
 - א. לכמה נשאלים לא היה רישיון נהיגה במדגם?
 - ב. באיזו רמת סמך נבנה רווח הסמך?

3. מעוניינים לאמוד את הרייטינג של תוכנית מסוימת. האמידה צריכה להתבצע ברמת סמך של 90% ועם שגיאת אמידה שלא תעלה על 4%.
 - א. מהו גודל המדגם המינימאלי שיש לקחת?
 - ב. חזור לסעיף א' אם ידוע שאחוז הרייטינג של התוכנית לא אמור לעלות על 20%.

4. במדגם של 300 נשים בגילאי 40-35 נמצא ש-140 היו נשואות, 80 היו גרושות, 60 רווקות והיתר אלמנות.
 - א. מצאו רווח סמך ברמה של 90% לאחוז הגרושות באוכלוסיה.
 - ב. מצאו רווח סמך ברמה של 99% לאחוז הלא נשואות באוכלוסיה.

5. הממשלה אומדת מדי חודש את אחוז התמיכה בה. מהו גודל המדגם אשר יש לקחת אם דורשים שהאומדן לא יסטה מהאחוז האמיתי באוכלוסיה ביותר מ-3%, וזאת בביטחון של 95%?

ד. רווח סמך לשונות וסטיית תקן

6. זמן התגובה מתפלג נורמאלית. במטרה לאמוד את תוחלת זמן התגובה נדגמו 4 תצפיות. להלן התוצאות בשניות: 4.7, 5.2, 4.6, 5.3. בנו רווח סמך, ברמת סמך של 95% לשונות זמן התגובה באוכלוסייה.
7. נדגמו 20 ימים אקראיים מחודשי יולי-אוגוסט ונמדדה בהם הטמפ' במעלות צלזיוס בת"א. במדגם התקבל טמפ' ממוצעת 30.8 וסטיית תקן מדגמית 1.1. בהנחה והטמפ' מתפלגת נורמאלית:
- א. בנו רווח סמך לתוחלת הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.
- ב. בנו רווח סמך לסטיית התקן של הטמפ' בחודשים אלה בצהרי ת"א ברמת סמך של 95%.

ה. רווח סמך להפרשים

ה.1. הפרשי פרופורציות

8. במטרה להשוות בין שתי תרופות נדגמו 200 איש שלקחו תרופה x. מתוכם 180 טענו שהתרופה עזרה להם. כמו כן נלקחו 300 איש שלקחו את תרופה y. מתוכם 150 טענו שהתרופה עזרה להם. בנו רווח סמך להפרש אחוזי ההצלחה של התרופות ברמת סמך של 95%. מה ניתן לומר על סמך רווח הסמך על ההבדלים בין התרופות?
9. מתוך 150 נשים שנדגמו באקראי 30% תמכו בהצעת חוק מסוימת. מתוך 200 גברים שנדגמו באקראי 25% תמכו בהצעת החוק.
- א. בנו רווח סמך לפער בין אחוזי התמיכה של הנשים לעומת הגברים ברמת סמך של 96%.
- ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לאחוז התמיכה בהצעת החוק.

ה.2. הפרשי תוחלות (שונויות ידועות)

1. מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חיילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמאלית עם סטיית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חיילים התקבל ממוצע 543. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 508. בנו רווח סמך לפער תוחלות הציונים בין חיילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?
2. בנק מתלבט האם לפתוח סניף באזור A או באזור B. לצורך פתרון נניח שסטית התקן של המשכורת באזור A היא 1200 ובאזור B 1500. הבנק דגם 50 אנשים מאזור A, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,800 ₪. כמו כן נדגמו 40 אנשים מאזור B, המשכורת הממוצעת שהתקבלה במדגם היא 6,600 ₪.
 - א. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% להפרש הממוצעים של המשכורות בשני האזורים. האם על סמך רווח הסמך ניתן להמליץ לבנק היכן לפתוח את הסניף. אם כן, היכן?
 - ב. בנו רווח סמך לתוחלת המשכורת באזור A ברמת סמך של 95%.

תשובות סופיות - רווחי סמך

פרק א' - אמידה נקודתית

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
ג. 177.9	א. 8.1
ד. 64.1	ב. 3.16
ה. 0.4	

פרק ב' - רווח סמך לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $223.42 < \mu < 236.58$	א. 102
ב. $222.16 < \mu < 237.84$	ב. 3
ד. 4	ג. 0.9544
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 139	א. $3.58 < \mu < 4.42$
ב. $21 < \mu < 25$	ב. יקטן פי 2
	ג. גדל
<u>שאלה 5</u>	
780	

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$4.39 < \mu < 5.51$	א. $96.63 < \mu < 107.37$
	ב. $96.90 < \mu < 107.10$
<u>שאלה 3</u>	
$3.149 < \mu < 3.351$	

פרק ג' - רווח סמך לפרופורציה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
א. $7.5\% < p < 16.5\%$	א. 104
ב. 2.29%	ב. 0.9774
ג. יגדל	
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 4</u>
א. 423	א. $22.5\% < p < 30.9\%$
ב. 271	ב. $45.91\% < p < 60.72\%$
<u>שאלה 5</u>	
1068	

פרק ד' - רווח סמך לשונות וסטיית תקן

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
$0.039 < \sigma^2 < 1.708$	א. $30.285 < \mu < 31.315$
	ב. $0.837 < \sigma < 1.607$

פרק ה' - רווח סמך להפרשיםהפרשי פרופורציות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(33%, 47%)	א. (4.93%, 14.93%)
	ב. (22.5%, 31.8%)

הפרשי תוחלות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
(-20, 90)	א. (-372, 772)
	ב. (6467, 7133)

פרק 2 - בדיקת השערות - מבחנים פרמטרים

א. בדיקת השערות על תוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

1. ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית הנו 72 עם סטיית תקן 15 נקודות. מורה טוען שפיתח שיטת לימוד חדשה שתעלה את ממוצע הציונים. משרד החינוך החליט לתת למורה 36 תלמידים אקראיים. ממוצע הציונים של אותם תלמידים לאחר שלמדו בשיטתו היה 75.5. בהנחה שגם בשיטתו סטיית התקן תהייה 15 מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?
2. לפי הצהרת היצרן של חברת משקאות מסוימת נפח הנוזל בבקבוק מתפלג נורמלית עם תוחלת 500 סמ"ק וסטיית תקן 20 סמ"ק. אגודת הצרכנים מתלוננת על הפחתת נפח המשקה בבקבוק מהכמות המוצהרת. במדגם שעשתה אגודת הצרכנים התקבל נפח ממוצע של 492 סמ"ק במדגם בגודל 25.
 - א. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 2.5%?
 - ב. האם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה עבור רמת מובהקות הגבוהה מ-5%?
3. מהנדס האיכות מעוניין לבדוק אם מכונה מכוילת (מאופסת). המכונה כוונה לחתוך מוטות באורך 50 ס"מ. לפי נתוני היצרן סטיית התקן בחיתוך המוטות היא 0.5 ס"מ. במדגם של 50 מוטות התקבל ממוצע אורך המוט 50.93 ס"מ. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

שונות האוכלוסיה לא ידועה

1. משך זמן ההחלמה בלקיחת אנטיביוטיקה מסוימת הוא 120 שעות בממוצע עם סטיית תקן לא ידועה. מעוניינים לבדוק האם אנטיביוטיקה אחרת מקטינה את משך זמן ההחלמה. במדגם של 5 חולים שלקחו את האנטיביוטיקה האחרת התקבלו זמני ההחלמה הבאים: 90, 95, 100, 80, 125 שעות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%. מהי ההנחה הדרושה לצורך הפתרון.
2. ציוני מבחן IQ מתפלגים נורמלית בארצות הברית עם ממוצע 100. במדגם על 20 נבחנים ישראלים התקבלו התוצאות הבאות.

$$\bar{x} = 102$$

$$\hat{S} = 16$$
 האם בישראל ממוצע הציונים הוא כמו בארצות הברית? בדקו ברמת מובהקות של 2% הניחו הנחות אם יש צורך.

ב. בדיקת השערות על פרופורצייה

1. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. ברמת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
2. במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
3. הטילו מטבע 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עץ. האם המטבע הוגן ברמת מובהקות של 5%?

ג. בדיקת השערות להפרש פרופורציות

1. במדגם של 200 גברים. 8% מהם היו מובטלים. המדגם של 180 נשים 10% מהן היו מובטלות האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות. בדקו ברמת מובהקות של 5%.
2. אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה. במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.
 - א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?
 - ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון הנהיגה בירושלים?

ד. בדיקת השערות להפרש תוחלות במדגמים בלתי תלויים

שוניות האוכלוסייה ידועות

1. ציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 100. מכון ללימוד פסיכומטרי טוען שהוא יכול לשפר את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. במדגם של 20 נבחנים שניגשו למבחן ללא הכנה במכון התקבל ממוצע 508. במדגם של 25 נבחנים שעברו הכנה במכון התקבל ממוצע ציונים 561. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%.
2. במדגם אקראי של 20 ימים נבדקה התפוקה של מפעל ביום. התפוקה הממוצעת הייתה של 340 מוצרים ליום. במדגם אקראי של 20 ימים אחרים נבדקה התפוקה של המפעל בלילה והתפוקה הממוצעת הייתה 295. לצורך פתרון נניח שסטיית התקן של התפוקה ביום היא 40 מוצרים ובלילה 30 מוצרים.
האם התפוקה הממוצעת היומית גבוהה מהתפוקה הממוצעת הלילית בדקו ברמת מובהקות של 10%. מה ההנחה הדרושה לצורך פתרון?

שוניות האוכלוסייה לא ידועות (בהנחה שהן שוות)

1. במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 10 \\ \sum x_i &= 1020 \\ \sum x_i^2 &= 105120\end{aligned}$$

- במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\begin{aligned}n_1 &= 14 \\ \sum x_i &= 1386 \\ \sum x_i^2 &= 138644\end{aligned}$$

- בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. רשמו את כל ההנחות הדרושות. ברמת מובהקות של 5%.

2. להלן תוצאות מדגם הבדק אורך חיים של נורות מסוג W60 ומסוג W100.
אורך החיים נמדד בשעות.

1-100W	2-60W	הקבוצה
956	1007	\bar{x}
72	80	\hat{S}
15	13	n

בדקו ברמת מובהקות של 5% האם נורות מסוג W60 דולקות במוצע יותר מאשר נורות מסוג W100. רשמו את כל ההנחות הדרושות לפיתרון.

ה. בדיקת השערות על מדגמים מזווגים

1. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

- בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים במוצע.

2. מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

לפני	506	470	420	640	670	390	500	590
אחרי	570	540	430	610	680	510	520	580

- מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלג נורמלית.

ו. בדיקת השערות על שתי שונות.

1. מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$$

במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

בדקו ברמת מובהקות של 2% האם קיים הבדל בין השונות? מה יש להניח?

2. ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות חסרת הטיה- 190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות חסרת הטיה- 118.

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונות בכלל הארץ.
- ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

ז. הגישה המעשית - מובהקות התוצאה - P-VALUE - α_{\min}

1. השכר הממוצע במשק בשנת 2006 היה 7800 ₪ עם סטיית תקן 2000 ₪. במדגם כיום של מאה עובדים התקבל שכר ממוצע 7500 ₪. מטרת המחקר היא לבדוק האם קיום חלה שחיקה בשכר כיום. עבור אילו רמות מובהקות שיבחר החוקר יוחלט לקבל את טענת המחקר?

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

2. לפניך השערות של מחקר :

המשתנה הנחקר מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 20. במדגם מאותה אוכלוסייה התקבלו התוצאות הבאות :

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 74$$

מהי האלפא המנימלית לדחיית השערת האפס?

3. במשך שנים אחוז המועמדים שהתקבל לפקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מדגם של 120 מועמדים התקבלו 22. רוצים לבדוק האם השנה הקשו על תנאי הקבלה.
א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 1% וברמת מובהקות של 5%?

4. במטרה לבדוק האם מטבע הוא הוגן הוא הוטל 100 פעמים. התקבל 58 פעמים "עץ". האם יתכן שחוקר אחד יחליט שהמטבע הוגן ואחר יחליט שהמטבע לא הוגן?

5. הגובה של מתגייסים לצה"ל מתפלג נורמלית. במדגם של 25 מתגייסים מדדו את הגבהים שלהם בס"מ והתקבלו התוצאות הבאות :

$$\bar{x} = 176.2$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2832$$

מטרת המחקר היא לבדוק האם תוחלת הגבהים של המתגייסים גבוה מ-174 ס"מ באופן מובהק. מהי בקרוב מובהקות התוצאה ועל פיה מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 6% ?

ח. הקשר בין רווח סמך לבדיקת השערות

1. חוקר מעוניין לבדוק השפעת דיאטה חדשה על רמת הסוכר בדם. ידוע כי מספר מיליגרם הסוכר בסמ"ק דם הוא משתנה מקרי שמתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10 מ"ג. נלקח מדגם של 100 נבדקים שניזונו מדיאטה זו. נמצא כי ממוצע מספר המיליגרם סוכר היא 112.6 מ"ג לסמ"ק.

א. בנה רווח סמך ברמת סמך 95% לתוחלת רמת הסוכר בדם אצל הניזונים מדיאטה זו.

ב. ידוע שתוחלת רמת הסוכר בדם באוכלוסייה היא 113 מ"ג לסמ"ק. האם לדעתך ניתן להסיק על סמך תוצאת סעיף א שהדיאטה משפיעה על רמת הסוכר בדם? הסבר.

2. חוקר רצה לבדוק את ההשערות הבאות:

$$H_0 : \mu = 90$$

$$H_1 : \mu \neq 90$$

החוקר בנה רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% וקיבל את רווח הסמך הבא: (87,97). אם החוקר מעוניין לבצע בדיקת השערות ברמת מובהקות של 1% האם ניתן להגיע למסקנה ע"ס רווח הסמך? נמקו.

3. במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת X לחברת Y מבחינת ממוצע המחירים לשיחות בינ"ל. נגדמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. בהנחה והמחירים מתפלים נורמלית בנו רווח סמך לממוצע ההפרשים שיבדוק את השערות המחקר ברמת מובהקות של 5%

להלן התוצאות:

המדינה	X	Y
ארה"ב	1.5	1.4
קנדה	2.1	2
הולנד	2.2	1.9
פולין	3	3.1
מצרים	3.5	3.2
סין	3.2	3.2
יפן	4.2	4.2

תשובות סופיות - בדיקת השערות

פרק א' - בדיקת השערות לתוחלת

שונות האוכלוסיה ידועה

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
H_0 נדחה	H_0 נקבל
	<u>שאלה 3</u>
	H_0 נדחה

שונות האוכלוסיה לא ידועה

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
H_0 נקבל	H_0 נדחה

פרק ב' - בדיקת השערות על פרופורציה

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
H_0 נדחה	H_0 נדחה
	<u>שאלה 3</u>
	H_0 נקבל

פרק ג' - בדיקת השערות להפרש פרופורציות

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
א. נדחה H_0	H_0 נקבל
ב. נדחה H_0	

פרק ד' - בדיקת השערות להפרש תוחלות**שוניות האוכלוסייה ידועות**

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

שוניות האוכלוסייה לא ידועות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נדחה H_0

פרק ה' - בדיקת השערות במדגמים מזווגים

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	נקבל H_0

פרק ו' - בדיקת השערות לשתי שוניות

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
נקבל H_0	א. נקבל H_0
	ב. נקבל H_0

פרק ז' - מובהקות התוצאה

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 2</u>
מעל 0.0668	0.0228
<u>שאלה 3</u>	<u>שאלה 5</u>
א. 0.0455	נקבל H_0

פרק ח' - הקשר בין בדיקת השערות לרווח סמך

<u>שאלה 1</u>	<u>שאלה 3</u>
(110.64, 114.56)	(-0.241, 0.041)

פרק 3 - מבחנים אפרמטריים

א. מבחן טיב התאמה

1. במטרה לבדוק האם קובייה הוגנת, מטילים אותה 120 פעמים. התקבל 17 פעמים 1, 23 פעמים 2, 20 פעמים 3, 25 פעמים 4, 18 פעמים 5 ו- 17 פעמים 6. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

2. מפעל מייצר סוכריות בצבעים כחול, אדום, ירוק וכתום. מעוניינים לבדוק שפרופורציית הסוכריות הכחולות גדולה פי 2 מכל צבע אחר. לצורך כך נדגמו באקראי 200 סוכריות והתקבל: 70 כחולות, 50 אדומות, 40 ירוקות והיתר כתומות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. משרד החינוך טוען שבקרב השכירים במשק היחס בין השכירים בעלי השכלה נמוכה, תיכונית ואקדמאית הוא 1:2:1 בהתאמה. במדגם של 200 שכירים התקבלו 56 אנשים בעלי השכלה נמוכה, 105 בעלי השכלה תיכונית והיתר בעלי השכלה גבוהה. ע"ס תוצאות המדגם האם התפלגות ההשכלה היא כמו שמשדר החינוך מפרסם? בדוק ברמת מובהקות של 5%.

4. בפנס יש 4 סוללות. בבדיקה שנערכה ב-400 פנסים נמצאו סוללות פגומות לפי השכיחויות הבאות:

מספר הסוללות הפגומות	0	1	2	3 ומעלה
שכיחות	276	104	12	8

מעוניינים לבדוק על סמך תוצאות מדגם אלה האם הסיכוי לסוללה פגומה הוא 20%. בדוק ברמת מובהקות של 5%.

ב. מבחן הסימן

1. רוצים לבדוק את הטענה שהציונים במבחן בסטטיסטיקה ב גבוהים מאשר בסטטיסטיקה א. נלקחו 10 סטודנטים שסיימו את סטטיסטיקה ב. עבור כל סטודנט נבדק מה הציון בסטטיסטיקה א ומה הציון בסטטיסטיקה ב. להלן התוצאות שהתקבלו:

א	ב
62	70
74	80
68	70
94	90
82	77
67	67
65	80
84	86
78	79
80	82

בידקו ברמת מובהקות של 5%.

2. מעוניינים לבדוק האם סם מסוים משפיע על לחץ הדם. נלקחו 24 אנשים אשר נמדד להם לחץ הדם לאחר מכן ניתן להם הסם ושוב נמדדו להם את לחץ הדם. לחמישה אנשים לחץ הדם לא השתנה ל 15 אנשים לחץ הדם עלה וליתר לחץ הדם ירד אחרי לקיחת הסם. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?

3. מעוניינים לבדוק האם ההוצאות על "גיאנק פוד" בקרב הסטודנטים רבות יותר בזמן הלימודים לעומת ימי החופשה. נדגמו 15 סטודנטים מקריים, אצל 13 ההוצאות בתקופת הלימודים היו גבוהות יותר מימי החופשה ואצל 2 נמוכות יותר. מה מסקנתך בר"מ של 0.05 ?

ג. מבחן פישר

1. מעוניינים לבדוק האם שיעורי עזר יעילים בשיפור ההישגים . נלקחו 2 כיתות בנות 15 תלמידים כל אחת. בכיתה אחת נתנו שיעורי עזר ובכיתה שנייה לא נתנו שיעורי עזר. בכיתה שנתנו שיעורי עזר 1 נכשל ובכיתה ללא שיעורי עזר 3 נכשלו. מה המסקנה ברמת מובהקות של 5%?

2. מעוניינים לבדוק האם תרופה אנטידכאונית מסוימת משפיעה על מצב הרוח. נלקחו 28 אנשים שהתלוננו על דיכאון ברמה דומה הם חולקו באקראי לשתי קבוצות, כך ש-16 קיבלו התרופה והיתר היוו קבוצת ביקורת וקבלו פלסיבו. כעבור 3 חודשים נבדק מצבם הנפשי. בקרב לוקחי התרופה רק 2 התלוננו על דיכאון ובקרב לוקחי הפלסיבו 6. מה המסקנה ברמת מובהקות של 10%?

תשובות סופיות - מבחנים אפרמטריים

פרק א' - מבחן טיב התאמה

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
נקבל H_0	נקבל H_0
<u>שאלה 4</u>	<u>שאלה 3</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק ב' - מבחן הסימן

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
נדחה H_0	נקבל H_0
	<u>שאלה 3</u>
	נדחה H_0

פרק ג' - מבחן פישר

<u>שאלה 2</u>	<u>שאלה 1</u>
נדחה H_0	נקבל H_0

פרק 4 - מדדי קשר - מדד הקשר של ספירמן

רקע:

מתי נשתמש במדד ספירמן ?

כאשר אחד המשתנים מסולם סדר והשני מסולם סדר ומעלה.

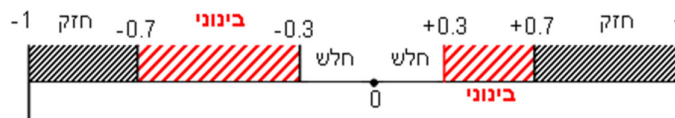
הקשר שהמדד בודק הוא קשר דירוגי.

מדד הקשר בודק :

1 כיוון של הקשר.

2 בודק את עצמת הקשר.

המדד מקבל ערכים בסקלה מ -1 ועד 1.



אם מדד הקשר של ספירמן יוצא 1 המשמעות היא שיש קשר דירוגי חיובי מלא : ככל המשתנה אחד עולה השני עולה ללא יוצא מן הכלל.

קשר דירוגי חיובי חלקי (שמקדם המתאם בין 0 ל-1) אומר שככל שמשתנה אחד עולה לשני יש נטייה לעלות אך לא באופן מוחלט.

אם מדד הקשר של ספירמן יוצא -1 המשמעות היא שיש קשר דירוגי שלילי מלא : ככל שהמשתנה אחד עולה השני יורד ללא יוצא מן הכלל.

קשר דירוגי שלילי חלקי (שמקדם המתאם הוא בין 0 ל- -1) אומר שככל שמשתנה אחד עולה לשני יש נטייה לרדת אך לא באופן מוחלט.

על מנת לחשב את הקשר יש לבצע פעולת דירוג (RANK) נלמד את פעולת הדירוג דרך הדוגמה הבאה (פתרון בהקלטה)

שם התלמיד	הערכה	דירוג R
ערן	בינוני	
מיכל	מצוין	
עודד	חלש	
רוני	טוב	
יעל	טוב	

כאשר מדרגים אם יש כמה תצפיות שתופסות את אותו הערך אז הדירוג שלהם הוא הממוצע של המקומות שהן תופסות.

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

הנוסחה של מדד הקשר :

דוגמה : (פתרון בהקלטה)

בתחרות רוקדים עם כוכבים השתתפו 7 זוגות, 2 שופטים נתנו את ציוניהם לריקוד של כל זוג.

מהי מידת ההתאמה בין ציוני השופטים?

X- ציון שופט א (סולם סדר)

Y- ציון שופט ב (סולם סדר)

להלן התוצאות שהתקבלו :

מספר הזוג	ציון שופט א	R _x	ציון שופט ב	R _y	$d=r_x-r_y$	d^2
1	4		5			
2	5		5			
3	6		7			
4	5		7			
5	8		9			
6	7		9			
7	3		7			

תרגילים:

1. בתחרות יופי חילקו שני שופטים ציונים למועמדות:

7	6	5	4	3	2	1	מספר מועמדת
6	5	9	8	6	8	7	ציון שופט א'
7	5	9	8	7	8	8	ציון שופט ב'

האם קיים קשר בין שתי הערכות השופטים? נמק והסבר!

2. משרד רצה לבחון האם קיים קשר בין מידת המוטיבציה של העובדים שלו לבין מספר החיסורים של העובדים בחודש עבודה. להלן התוצאות שהתקבלו:

מספר חיסורים	מידת מוטיבציה
0	גבוהה
4	נמוכה
2	בינונית
5	נמוכה
1	גבוהה

האם קיים קשר בין רמת המוטיבציה של העובד ומספר החיסורים שלו? חשב באמצעות מדד הקשר המתאים והסבר.

3. אם $r_s = 1$ הדבר אומר שערכי X תמיד שווים לערכי Y . האם הטענה נכונה? הסבר.

פתרונות:

שאלה 1:

0.973

שאלה 2:

-0.85

שאלה 3:

לא נכון

פרק 5 - מדדי קשר - מדד הקשר הלינארי (פירסון)

רקע:

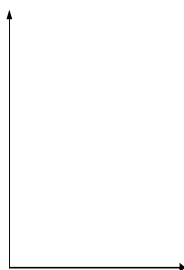
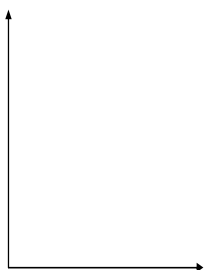
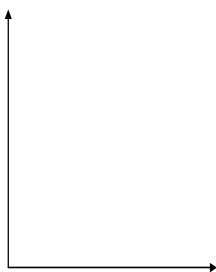
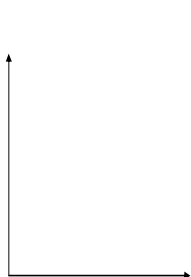
המטרה היא לבדוק האם קיים קשר (קורלציה, מתאם) של קו ישר בין שני משתנים כמותיים. מבחינת סולמות המדידה קשר בין סולמות רווחים ומנה. בדרך כלל, X הוא המשתנה המסביר (הבלתי תלוי) ו Y הוא המשתנה המוסבר (התלוי). למשל, נרצה להסביר כיצד השכלה של אדם הנמדדת בשנות לימוד X מסבירה את ההכנסה שלו Y . במקרה זה שנות ההשכלה זהו המשתנה המסביר (או הבלתי תלוי) ואנחנו מעוניינים לבדוק כיצד שינויים בשנות ההשכלה של אדם יכולים להסביר את השינויים שלו בהכנסה, ולכן רמת ההכנסה זהו המשתנה המוסבר התלוי במשתנה המסביר אותו. בשלב הראשון, נהוג לשרטט דיאגרמת פיזור. זו דיאגרמה שנותנת אינדיקציה ויזואלית על טיב הקשר בין שני המשתנים. למשל, בניין של 5 דירות בדקו את הנתונים הבאים: X - מס' חדרים בדירה. Y - מס' נפשות הגרות בדירה. להלן התוצאות שהתקבלו:

מס' דירה	X	Y
1	3	2
2	2	2
3	4	3
4	3	3
5	5	4

נשרטט מנתונים הללו דיאגרמת פיזור :



נתבונן בכמה מקרים של דיאגרמות פיזור וננתח אותן :



בשלב השני, מחשבים את מקדם המתאם (מדד הקשר) שבודק עד כמה קיים קשר לינארי בין שני המשתנים. המדד (ניקרא גם מדד הקשר של פירסון) מכמת את מה שניראה בשלב הראשון רק בעין.

המדד בודק את כיוון הקשר (חיובי או שלילי).

ואת עוצמת הקשר (חלש עד חזק).

מקדם מתאם זה מקבל ערכים בין -1 ל 1.

מקדם מתאם -1 או 1 אומר שקיים קשר לינארי מוחלט ומלא בין המשתנים שניתן לבטאו על ידי

$$. y = bx + a$$

מתאם חיובי מלא (מקדם מתאם 1) אומר שקיים קשר לינארי מלא בו השיפוע b יהיה חיובי ואילו

מתאם שלילי מלא אומר שקיים קשר לינארי מלא בו השיפוע b שלילי (מקדם מתאם -1).

מתאם חיובי חלקי אומר שככל שמתנה אחד עולה לשני יש נטייה לעלות בערכו אבל לא קיימת

נוסחה לינארית שמקשרת את X ל- Y באופן מוחלט ואילו מתאם שלילי חלקי אומר שככל

שמתנה אחד עולה לשני יש נטייה לרדת אבל לא קיימת נוסחה לינארית שמקשרת את X ל- Y

באופן מוחלט.

ככל שערך מקדם המתאם קרוב לאפס נאמר שעוצמת הקשר חלשה יותר וככל שמקדם המתאם

רחוק מהאפס נאמר שעוצמת הקשר חזקה יותר.



מקדם המתאם יסומן באות r .

כדי לחשב את מקדם המתאם, יש לחשב את סטיות התקן של כל משתנה ואת השונות המשותפת.

$$COV(x, y) = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n} = \frac{\sum xy}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y} : \text{שונות משותפת}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 : \text{שונות של המשתנה X}$$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2 : \text{שונות המשתנה Y}$$

$$r_{xy} = \frac{COV(x, y)}{s_x \cdot s_y} : \text{מקדם המתאם הלינארי}$$

תרגילים:

1. להלן נתונים לגבי שישה תלמידים שנגשו למבחן. בדקו לגבי כל תלמיד את הציון שלו בסוף הקורס וכמו כן את מספר החיסורים שלו מהקורס.

מספר חיסורים	ציון
2	80
1	90
0	90
2	70
3	70
4	50

- א. שרטט דיאגרמת פיזור לנתונים. מה ניתן להסיק מהדיאגרמה על טיב הקשר בין מספר החיסורים של תלמיד לציונו? מיהו המשתנה הבלתי תלוי ומיהו המשתנה התלוי?
 ב. חשב את מדד הקשר של פירסון. האם התוצאה מתיישבת עם תשובתך לסעיף א'?
 ג. הסבר ללא חישוב כיצד מקדם המתאם היה משתנה אם היה מתווסף תלמיד שהחסיר 4 פעמים וקיבל ציון 80?

2. במחקר רפואי רצו לבדוק האם קיים קשר בין רמת ההורמון X בדם החולה לרמת ההורמון Y שלו. לצורך כך מדדו את רמת ההורמונים ההלו עבור חמישה חולים. להלן התוצאות שהתקבלו:

x	y
10	12
14	15
15	15
18	17
20	21

- א. מה הממוצע של כל רמת הורמון?
 ב. מהו מקדם המתאם בין ההורמונים? ומה משמעות התוצאה?

3. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2 = 76 \quad \sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?
 ב. מה המשמעות של התוצאה שקיבלת בסעיף א?

4. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i^2 = 2080 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 2960$$

$$\sum_{i=1}^{20} X_i Y_i = 2464$$

חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y .

5. במוסד אקדמי ציון ההתאמה מחושב כך: מכפילים את הציון הממוצע בבגרות ב-3 ומפחיתים 2 נקודות. ידוע שעבור 40 מועמדים סטיית התקן של ממוצע הציון בבגרות הייתה 2. מה מקדם המתאם בין ציון ההתאמה לציון הממוצע בבגרות שלהם?

6. להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק!

- א. מתווך דירות המיר מחירי דירות מדולר לשקל. נניח שדולר אחד הוא 3.5 ₪. אם מתווך הדירות יחשב את מדד הקשר של פירסון בין מחיר הדירה בשקלים למחיר הדירה בדולרים הוא יקבל 1.
- ב. לסדרה של נתונים התקבל $\bar{X} = \bar{Y} = 6$ $S_x = S_y = 1$ לכן מדד הקשר של פירסון יהיה 1.
- ג. אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

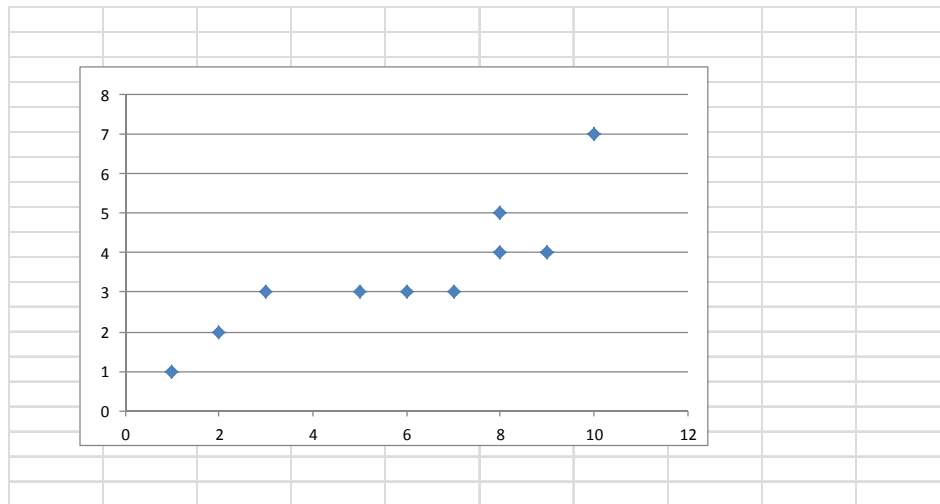
שאלות אמריקאיות:

7. נמצא שקיים מקדם מתאם שלילי בין הציון בעברית לציון בחשבון בבחינה לכן :
- הדבר מעיד שהציונים בכתה היו שליליים.
 - ככל שהציון של תלמיד יורד בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
 - ככל שהציון של תלמיד עולה בחשבון יש לו נטייה לרדת בעברית.
 - אף אחת מהתשובות לא נכונה.

8. נלקחו 20 מוצרים וניבדק ביום מסוים המחיר שלהם בדולרים והמחיר שלהם בש"ח (באותו היום ערך הדולר היה - 4.2 ש"ח) מהו מקדם המתאם בין המחיר בדולר למחיר בש"ח?

- 1
- 0
- 4.2
- לא ניתן לדעת.

9. להלן דיאגרמת פיזור :



מה יהיה מקדם המתאם בין שני המשתנים?

- 1
- 0.85
- 0.15
- 0

פתרונות:**שאלה 1:**

א. בהקלטה

ב. -0.9325

שאלה 2:

$$\bar{x} = 15.4$$

א. $\bar{y} = 16$

ב. $r_{xy} = 0.96$

שאלה 3:

א : 0.8

שאלה 4:

0.8

שאלה 5:

1

שאלה 6:

א. נכון

ב. לא נכון

ג. נכון

שאלה 7:

התשובה : ג

שאלה 8:

התשובה : א

שאלה 9:

התשובה : ב

פרק 6 - מדדי קשר - רגרסיה ליניארית

רקע:

במידה וקיים קשר חזק בין שני המשתנים הכמותיים נהוג לבצע ניבויי. לבנות קו ניבויים הנקרא גם קו רגרסיה המנבא משתנה אחד על סמך האחר.

מדובר בקו שמנבא את Y על סמך X . השיטה למציאת הקו הנ"ל נקראת שיטת הריבועים הפחותים והקו המתקבל נקרא קו הרגרסיה או קו הניבויים או קו הריבועים הפחותים.

a - בעצם נותן את ערך Y כאשר X הנו אפס על גבי קו הניבויים. הוא ניקרא החותך של הקו.
 b - הוא שיפוע הקו נותן בכמה בעצם Y משתנה כאשר X גדל ביחידה אחת על גבי קו הניבויים.
 להלן המשוואות למציאת הפרמטרים של קו הרגרסיה:

$$\tilde{Y} = bX + a$$

$$b = r \frac{S_y}{S_x}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

אם נרצה לבנות קו ניבויים לניבוי X על סמך Y נצטרך לעדכן את הנוסחאות בהתאם.

תרגילים:

1. נסמן ב- X את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב- Y את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200 \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y})^2 = 76 \quad \sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

- א. חשב את מדד הקשר הלינארי בין X ל- Y . מיהו המשתנה התלוי?
 ב. מצא את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה. הסבר את משמעות הפרמטרים של קו הרגרסיה.
 ג. משפחת כהן הכניסה 15,000 ₪, מה ההוצאה הצפויה שלה?

2. נסמן ב- X את ההשכלה של אדם בשנות למוד. נסמן ב- Y את הכנסתו באלפי ₪. במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$S_y = 5 \quad S_x = 2$$

$$\bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 14$$

$$COV(X, Y) = 7.5$$

- א. חשב את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.
 ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?
 ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000 ₪?
3. חוקר רצה לחקור את הקשר הקווי שבין הציון המבחן בסטטיסטיקה לבין מספר שעות ההכנה של הסטודנטים למבחן. במדגם של 100 סטודנטים שנבחנו בקורס נרשמו התוצאות הבאות: הציון הממוצע של הסטודנטים היה 65 עם סטיית תקן של 27. מספר שעות ההכנה הממוצע היה 30 עם סטיית תקן של 18. מקדם המתאם בין הציון לשעות ההכנה היה 0.8.
- א. על פי משוואת הרגרסיה שעת הכנה נוספת משפרת את ציון המבחן?
 ב. על פי משוואת הרגרסיה תלמיד שייגש למבחן ללא שעות הכנה כלל יקבל ציון?
 ג. מהו קו הרגרסייה לניבוי הציון לפי שעות ההכנה?

4. נתונים 2 משתנים Y, X . כמו כן נתון: X ממוצע = 1.5, שונות X = שונות Y = 4, וכן שקו הרגרסיה של Y על בסיס X הינו $Y = -0.2X + 0.5$. חשב מהו מקדם המתאם בין X ל- Y ?

פתרונות:**שאלה 1:**

א. 0.8

ב. $\tilde{Y} = 0.8X + 0.4$

ג. 12.4

שאלה 2:

א. 0.75

ב. 4.25 אלפי ש"ח

ג. 14.6 שנים

שאלה 3:

א. 1.2

ב. 29

ג. $y = 1.2x + 29$

שאלה 4:

-0.2

פרק 7 - מדדי קשר - רגרסיה - שונות מוסברת ושונות לא מוסברת

רקע:

המטרה ברגרסיה הנה להסביר את השונות של המשתנה התלוי.
למשל, להסביר את השונות של המשכורות באמצעות הוותק או להסביר את השוני בציונים באמצעות כמות החיסורים.

r^2 -נותן בעצם איזה חלק מהשונות של המשתנה התלוי מוסבר.
השונות המוסברת נקראת גם שונות ניבויים.
השונות הלא מוסברת נקראת גם שונות טעויות.

תרגילים :

1. נמצא קשר חיובי בעוצמה של 0.7 בין שטח דירה למחירה. כמו כן נתון שסטיית התקן של מחירי הדירות הינה 200.

- איזה אחוז מהשונות של מחירי הדירות מוסבר על ידי שטח הדירה?
- איזה אחוז מהשונות של מחירי הדירות לא מוסבר על ידי שטח הדירה?
- מהי השונות המוסברת ומהי השונות הלא מוסברת של מחירי הדירות?

2. להלן רשימת טענות, לגבי כל טענה קבע נכון/לא נכון ונמק!

- אם שונות הטעויות שווה ל-0 (השונות הלא מוסברת) אז מקדם המתאם של פירסון יהיה 1.
- אם מקדם המתאם של פירסון בין שני משתנים הוא 1 אזי שונות הטעויות (השונות הלא מוסברת) תהיה 0.
- אם השונות המשותפת של X ושל Y הינה 0 אז בהכרח גם מקדם המתאם של פירסון יהיה 0.

שאלות אמריקאיות:

בשאלות הבאות יש לבחור בתשובה הנכונה.

3. בקשר בין שני משתנים התקבל $r^2 = 0.64$ לכן:

- ללא יוצא מן הכלל ככל שערכי משתנה אחד עולה השני יעלה.
- 64% מהשונות של משתנה אחד מוסבר על ידי המשתנה השני.
- הקשר בין שני המשתנים הוא בעוצמה של 0.64.
- כל התשובות נכונות.

4. אם מגדילים את r^2 מה ניתן לומר?

- אחוז השונות המוסברת יקטן
- אחוז השונות המוסברת יגדל
- אחוז השונות המוסברת יישאר ללא שינוי.
- סטיית התקן משתנה
- לא ניתן לדעת

5. בקורס מבוא לכלכלה ניתנו במשך השנה שני מבחנים : מבחן בסוף סימסטר א (X) ומבחן בסוף סימסטר ב (Y) . כאשר בנו את קו הרגרסיה של הציון במבחן סוף סמסטר ב לפי הציון במבחן סוף סמסטר א התקבלה שונות טעויות של 80 , ושונות ניבויים של 20 . לפי נתונים אלו מקדם המתאם בין הציון במבחן סוף סמסטר א לבין הציון במבחן סוף סמסטר ב הוא :
- א. 0.44 .
 - ב. - 0.44 .
 - ג. עוצמת ההקשר הלינארי היא 0.44 , אך אין אפשרות לדעת את סימנה.
 - ד. אין אפשרות לחשב את מקדם המתאם.
 - ה. 0.35

פרק 8 - מדדי קשר - מדד הקשר של קרמר

רקע:

מתי משתמשים במדד הזה?
 כאשר אחד המשתנים הוא מסולם שמי והשני מכל סולם אפשרי.
 מדד הקשר מקבל ערכים בין 0 ל-1.
 ככל שהמדד יותר קרוב לאחד קיים קשר בעוצמה יותר חזקה בין המשתנים.

דוגמה: (פתרון בהקלטה)

במחקר רוצים לבדוק את הקשר בין מין לדעה בנושא מסוים, שאלו 100 גברים ו-100 נשים האם הם בעד/נגד/נמנע/נושא. להלן טבלת השכיחויות המשותפת שהתקבלה.

f(x)	נמנע	נגד	בעד	Y X
100	10	40	50	גבר
100	10	60	30	אישה
n=200	20	100	80	f(y)

בהקשר של קרמר הטבלה נקראת טבלת O (observed)

X - מין (גבר/אישה) – סולם שמי

Y - דעה (בעד/נמנע/נגד) – סולם שמי/סדר

שלבים בחישוב r_c :

שלב א': נבנה את טבלת E (Expected)

נעתיק את המסגרת של טבלת O ואז כל $E_i = (f_{(x)} * f_{(y)}) / n$

f(x)	נמנע	נגד	בעד	Y X
100				גבר
100				אישה
n=200	20	100	80	f(y)

שלב ב': נחשב $\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$

שלב ג': נחשב: $r_c = \sqrt{\frac{1}{n(L-1)} \chi^2}$

כאשר L מבטא את המספר הקטן מבין מספר השורות או העמודות.

תרגילים:

2. להלן תוצאות מחקר שבדק את הקשר בין מין להשכלה. לגבי כל נחקר נבדק המין שלו והשכלתו. להלן התוצאות:

גבוהה	תיכונית	נמוכה	השכלה
			מין
20	40	120	גבר
80	20	20	אישה

האם קיים קשר בין מין להשכלה? נמק!

3. נלקחו 200 אנשים שמתוכם 60 הצהירו שהם עוסקים בפעילות גופנית סדירה. מתוך אלו שעוסקים בפעילות גופנית סדירה 50 נמצאו במצב בריאותי תקין. מתוך אלו שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה 90 נמצאו במצב בריאותי תקין.
- ב. בנה טבלת שכיחות משותפת לנתונים שהוצגו בשאלה.
- ג. האם קיים קשר בין פעילות גופנית למצב בריאותי? חשב לפי מדד הקשר של קרמר.

פתרונות :

שאלה 1

0.595

שאלה 2

ב. 0.19

פרק 9 - מדדי קשר - מדד הקשר פי

רקע:

מדד הקשר פי הינו דרך קיצור על מנת לחשב את מדד הקשר של קרמר.
המדד רלבנטי רק כשטבלת השכיחות המשותפת היא מסוג 2/2 כלומר שני משתנים שהם דיכוטומיים.

$$\phi = \sqrt{\frac{(a \cdot d - b \cdot c)^2}{e \cdot f \cdot r \cdot k}} \quad \text{הנוסחה:}$$

b	a	
d	c	

מפעל עובד בשתי משמרות, משמרת יום ומשמרת ליל, דגמו 300 מוצרים ממשמרת היום ו-200 ממשמרת הלילה, מתוך המוצרים שנדגמו ביום 10 היו פגומים, מתוך המוצרים שנדגמו בלילה 150 היו תקינים. האם יש קשר בין סוג המשמרת לטיב המוצר?

תרגילים :

1. להלן תוצאות מחקר שבדק את הקשר בין מין לדעה מסוימת. לגבי כל נחקר נבדק המין שלו ודעתו האישית בדבר סוגיה מסוימת. הנחקרים היו צריכים לענות האם הם בעד, נמנעים או נגד הדעה שהוצגה להם. להלן התוצאות:

נגד	נמנע	בעד	דעה
			מין
20	40	120	גבר
80	20	20	אישה

האם אפשר לחשב במקרה זה את מדד הקשר פי? אם כן חשב.

2. נלקחו 200 אנשים שמתוכם 60 הצהירו שהם עוסקים בפעילות גופנית סדירה. מתוך אלו שעוסקים בפעילות גופנית סדירה 50 נמצאו במצב בריאותי תקין. מתוך אלו שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה 90 נמצאו במצב בריאותי תקין. האם ניתן לחשב את מדד הקשר של ϕ ? אם כן חשב והסבר את המשמעות.